

Die *Xistá* von Pyrgí

Winfried Scharlau

1. Pyrgí

Pyrgí ist ein malerischer kleiner Ort im Süden der griechischen Insel Chios. Zweierlei zeichnet ihn aus und macht ihn weltweit nahezu einzigartig. Zum einen ist Pyrgí das Zentrum des Mastix-Anbaus. Mastix ist das Harz eines strauchartigen Baumes (*Pistacia lentiscus* var. *Chia*), das vielfältige Anwendung als Gewürz, Aromastoff und Zusatz zu zahlreichen Genussmitteln (Kaugummi) und Kosmetika findet. Mastix wird auf der ganzen Welt nur im Süden von Chios, vor allem in Pyrgí, gewonnen. Zum anderen werden die Häuser von Pyrgí traditionell mit jedem Besucher sofort auffallenden Bandornamenten, sog. *xistá* (Singular *xistó*), verziert. Auch diese Ornamente gibt es in dieser Weise nur in Pyrgí und in geringerem Maße in einigen Nachbardörfern. Diese Dekorationen geben dem Ort einen ganz besonderen Charakter, wie man auf den folgenden Fotografien leicht erkennt.

Die Ornamente von Pyrgí haben schon öfter das Interesse von Ethnologen, Kunsthistorikern und auch Mathematikern geweckt. Ich verweise insbesondere auf den Aufsatz *A Unique Art Form: The Friezes of Pirgí* von Alice V. James, David A. James und Loukas N. Kalisperis [JJK], dem ich zahlreiche Anregungen verdanke.



Abb. 1, *platía* von Pyrgí



Abb. 2: Blick über die Dächer von Pyrgí



Abb. 3: Ein Haus mit typischen *xistá*

2. Die Bandornamente von Pyrgí

Betrachtet man die Dekoration der Häuser näher, so sieht man, dass die Ornamente vorwiegend in waagerechten Bändern ausgeführt sind, in denen sich ein graphisches Motiv parallel verschoben wiederholt. Die folgende Abbildung zeigt einige typische Beispiele, die uns z. T. später noch beschäftigen werden:

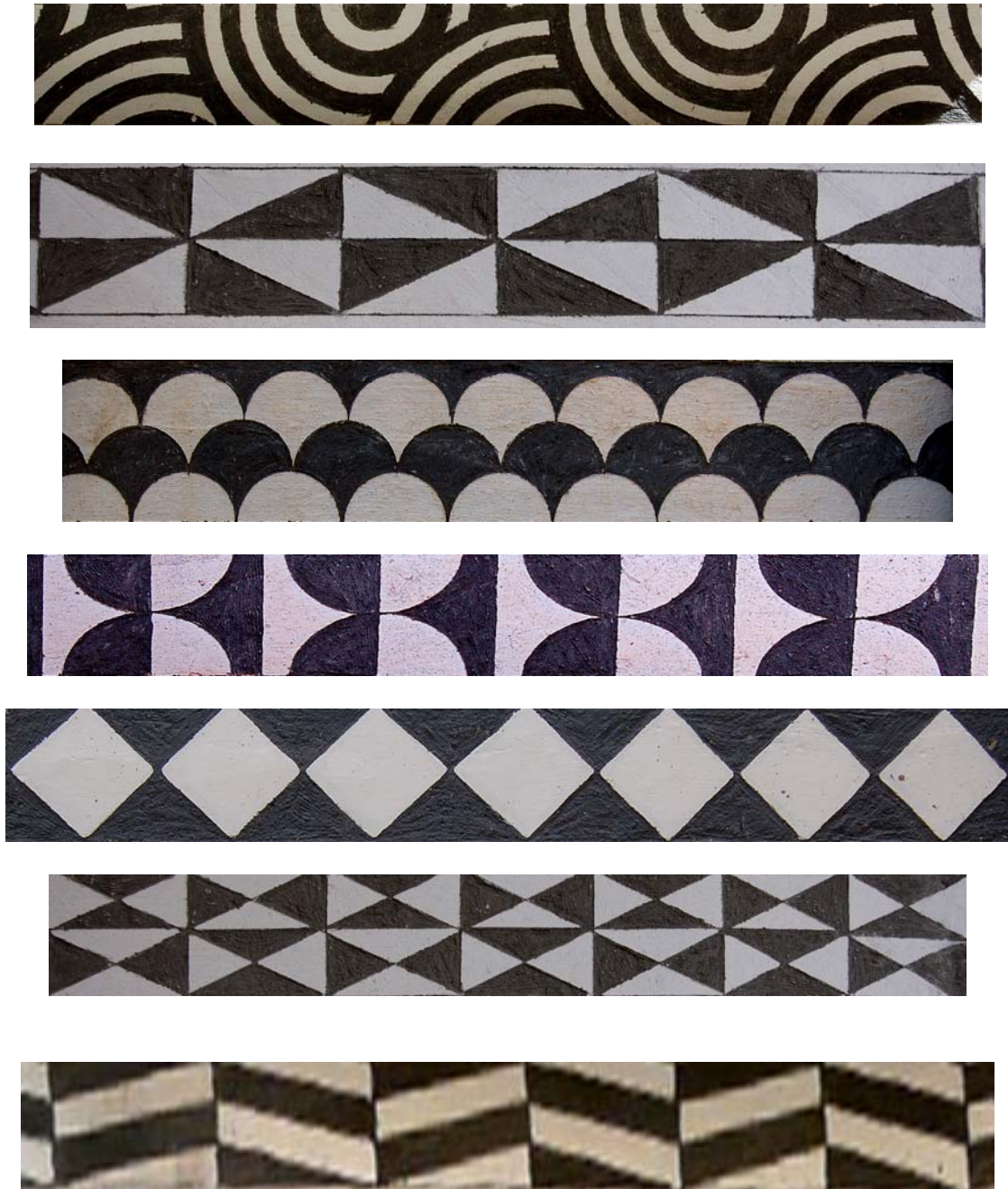


Abb.4: Beispiele von Bandornamenten

Vergegenwärtigt man sich, dass die Handwerker auf Gerüsten stehend die Dekorationen gestalten, so erscheint es naheliegend, dass bevorzugt waagerecht angeordnete Friese entstehen. Dass diese zweifarbig Schwarz-Weiß sind, erklärt sich aus der Art der Herstellung: Sie wur-

den traditionell (und werden z.T. immer noch) folgendermaßen hergestellt: Man trägt auf die Hauswand zunächst einen dunkelgrauen, fast schwarzen Verputz auf, der aus zermahlenem vulkanischen Gestein gewonnen wird. Darüber kommt eine Schicht des üblichen weißen Putzes. Dieser wird dann teilweise weggekratzt (daher der Name Kratzputz), so dass die darunter liegende dunkle Farbe zum Vorschein kommt und die charakteristischen Muster entstehen.

In diesem Zusammenhang soll noch eine weitere Bemerkung zu den *xistá* von Pyrgí gemacht werden: Bandornamente kommen natürlich vielfach in kunsthandwerklichen Objekten vor, z. B. als Bordüren von Teppichen, Umrandungen von Mosaiken oder Bildern, oder auf Keramiken, etwa Vasen. Im allgemeinen sind diese Ornamente jedoch farbig. Die Beschränkung auf Schwarz und Weiß, was den Ornamenten in Pyrgí einen abstrakten, beinahe mathematischen Charakter verleiht, ist ausgesprochen ungewöhnlich und erklärt sich, wie gesagt, aus der Art der Anfertigung.

3. Zur Geometrie der Bandornamente

Bandornament (oder Fries) ist ein mathematischer Begriff, der in der Geometrie näher untersucht wird. Leser, die sich nicht mit mathematischer Fachliteratur beschäftigen möchten, finden das Wichtigste bei Wikipedia unter dem Stichwort „Friesgruppen“. Ein Bandornament ist ein Muster, bei dem eine gewisse „Fundamenteinheit“ immer wieder parallel an einander gesetzt wird. Das muss man sich in beiden Richtungen unbegrenzt fortgesetzt denken. Ein Bandornament geht also bei Parallelverschiebung um einen gewissen Verschiebungsvektor in sich über. Man interessiert sich für die Symmetrien des Bandornamentes, also die geometrischen Transformationen, die das Ornament in sich überführen.

Ein Beispiel der einfachsten (oder allgemeinsten) Form eines solchen Bandes ist

Typ 1 (bei Wikipedia F1): **RRRRRRRRR**

Hier wird die Fundamenteinheit **R** immer wieder aneinander gesetzt. Außer den Parallelverschiebungen gibt es keine weiteren Symmetrien.

Natürlich können Bandornamente weitere Symmetrien haben, aber es gibt nur genau sieben verschiedene Typen von Bandornamenten, die sich durch die Art ihrer Symmetrien unterscheiden.

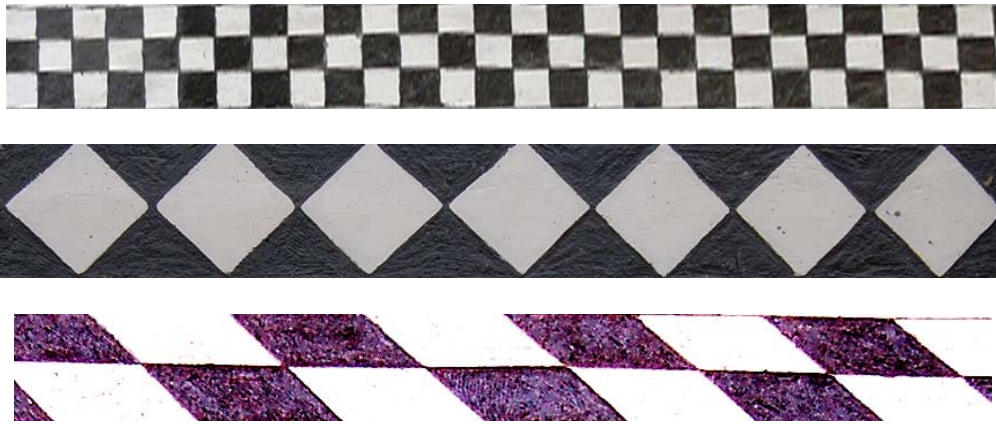
Typ 2 (bei Wikipedia F3): **AAAAAAAAA**

Bei diesem Typ gibt es außer den Parallelverschiebungen noch Spiegelungen an senkrechten Achsen: Spiegelt man die Figur an einer vertikalen Achse, die mitten durch das **A** geht (oder genau zwischen zwei **A's** liegt), so geht das Bandornament in sich über. Andere Symmetrien als die genannten (und diejenigen, die sich daraus zusammensetzen) gibt es nicht.

Typ 3 (bei Wikipedia F4.1): **CCCCCCCC**

Bei diesem Typ gibt es keine Spiegelungen an vertikalen Achsen, aber eine Spiegelung an der horizontalen Achse, die in der Mitte des Bandes liegt. Andere Symmetrien gibt es nicht.

Typ 4 (bei Wikipedia F5.1): **OOOOOOOO**



4. Involutionen

Vielleicht ist es dem Leser nicht immer leicht gefallen, den richtigen Typ der vorgestellten Bandornamente zu finden. Dies liegt gewiss auch daran, dass viele der vorgestellten Bänder eine weitere Art von Symmetrie aufweisen, die bisher nicht besprochen wurde. Wir erklären, dass zunächst am Beispiel des folgenden Ornamentes:



Dies ist ein Beispiel von Typ 1 **RRRRRR**, bei dem es außer der Verschiebung keine weiteren Symmetrien gibt. Der Leser wird jedoch völlig zu Recht den Eindruck haben, dass damit noch nicht alles zu den Symmetrien dieses Ornamentes gesagt sein kann. Was passiert nämlich, wenn man die Farbe Schwarz durch Weiß und die Farbe Weiß durch Schwarz ersetzt (wenn man also gewissermaßen aus einem Negativ ein Positiv herstellt)? Offenbar entsteht im wesentlichen dasselbe Ornament: Man muss es nur um 180 Grad drehen, und dann hat man wieder das ursprüngliche Bandornament. Eine Transformation (Verschiebung, Spiegelung, Drehung, Schubspiegelung) eines Bandornamentes nennen wir eine Involution, wenn sie die Figur wieder herstellt, die Farben Schwarz und Weiß aber vertauscht.

Mit mathematischen Methoden lässt sich zeigen, dass bei Berücksichtigung der Involutionen insgesamt 24 verschiedene Typen von Schwarz-Weiß-Bandornamenten existieren (vgl. [GS]). Von diesen 24 Typen wurden bisher etwa 20 in Pyrgí gefunden. Wie man bei Betrachtung der vorgestellten Beispiele und der Übersichtsaufnahmen von Pyrgí erkennt, gibt es eine deutliche Bevorzugung von Ornamenten mit Involutionen. Es kommt insbesondere häufig vor, dass bei horizontaler Spiegelung eine Schwarz-Weiß-Vertauschung stattfindet.

5. Ornamente ohne Involutionen

Es sollen jetzt noch einmal systematisch die verschiedenen Bandornamente unter dem zusätzlichen Gesichtspunkt der Involution besprochen werden. Wir beginnen mit denjenigen, die keine Involutionen zulassen. Sie entsprechen natürlich genau den schon erwähnten 7 Typen, wobei nur darauf zu achten ist, dass keine Involution vorhanden ist. (In der Arbeit [JJK] erhalten sie den etwas pompösen Namen „*the Magnificent Seven*“; der Verfasser weiß nicht warum.)



Typ 1 (ohne weitere Symmetrien)



Typ 2 (Spiegelung an vertikaler Achse)



Typ 3 (Spiegelung an horizontaler Achse)



Typ 4 (vertikale und horizontale Spiegelung)



Typ 5 (Spiegelung an vertikaler Achse und Schubspiegelung)
(Man denke sich das Ornament links und rechts fortgesetzt; es ist nicht perfekt ausgeführt.)



Typ 7 (Schubspiegelung)

(Man denke sich das Ornament, das überwiegend durch ein anderes Haus verdeckt ist, nach beiden Seiten fortgesetzt.)

Auf meinen Fotos konnte ich kein Beispiel von Typ 6 finden. In der Arbeit [JJK] findet sich aber ein Belegfoto für diesen Typ. Merkwürdigerweise enthält die Statistik dieser Autoren für Typ 1 die Häufigkeit 0, obwohl ihre Abbildung 8 ein klar erkennbares Beispiel dieses Typs enthält. Mit Sicherheit ist dieser Typ sehr selten, da ein Fries ohne jegliche Symmetrien den ästhetischen Prinzipien der Menschen von Pyrgí widerspricht. Tatsächlich fällt das obige „un-geometrische“ Beispiel (ebenso wie das in [JJK]) auch ziemlich aus dem Rahmen. Nach der erwähnten Statistik ist Typ 4 der mit Abstand am häufigsten in Pyrgí vorkommende (unter allen, auch denen mit Involution).

6. Die „langweiligen“ Typen

Wir kommen jetzt zu den Bandornamenten, die eine Involution zulassen. Unter den 24 Symmetrie-Typen gibt es 5, die in [JJK] die „langweiligen“ genannt werden, vermutlich deshalb, weil sie nur eine minimale Menge von Symmetrien haben, nämlich die immer vorhandenen Verschiebungen und zusätzlich nur einen Typ von Involutionen. Ornamente dieser Art sind in Pyrgí ausgesprochen selten. Ein Beispiel ist das schon diskutierte Fries



Außer den Verschiebungen gibt es nur die involutorische Drehung um 180 Grad. Nach [JJK] ist dieser Typ der einzige der „langweiligen“, der in Pyrgí gefunden wurde.

Ein Beispiel eines langweiligen Typs wäre etwa



Hier ist durch Schrägstellung der senkrechten Begrenzungen vermieden, dass es Symmetrien an senkrechten Achsen gibt. Ebenso zerstört die Verlegung der Mittelachse nach oben alle waagerechten Symmetrien (einschließlich Schubspiegelung). Es bleibt lediglich die involutorische Verschiebung um eine Kästchenbreite.

An diesem Beispiel wird ein weiterer Grund deutlich, warum die Handwerker vermutlich instinktiv die Verwendung solcher Muster vermeiden. Die schräg gestellten Linien widersprechen der Architektur eines Gebäudes, in der durch Fenster, Veranden usw. die waagerechten und senkrechten Linien betont sind.

Vielleicht wird der Leser versuchen, die anderen drei Typen zu konstruieren. Was müsste man haben? Schwarz-Weiß-vertauschende Spiegelungen an senkrechten Achsen oder an der Mittellinie oder eine derartige Schubspiegelung.

7. Die „interessanten“ Friese

Wir kommen jetzt zu den Bandornamenten, die für Pyrgí besonders charakteristisch sind, bei denen es sowohl farberhaltende als auch farbvertauschende Symmetrien gibt. Um bei diesen Bandornamenten nicht die Übersicht zu verlieren und um präzise Aussagen machen zu können, ist es zweckmäßig, Bezeichnungen für die auftretenden geometrischen Transformationen einzuführen. Es bezeichne

- t die kürzeste Parallelverschiebung, die das Ornament erhält,
- u Verschiebung um die Hälfte von t ; es ist also $t = uu$,
- a Spiegelung an der horizontalen Mittelachse,
- b, c Spiegelungen an vertikalen Achsen,
- r Drehung (Rotation) um 180 Grad.

Man beachte, dass $r = ab = ba$: Spiegelung an einer horizontalen Achse gefolgt von Spiegelung an einer vertikalen ergibt eine Drehung um 180 Grad.

- s Schubspiegelung, also $s = au$ (vgl. die Erklärung in Abschnitt 3, Typ5).

Falls diese Transformationen Symmetrien sind, bezeichnen wir sie mit den entsprechenden fett geschriebenen Symbolen, also $t u a b r s$. Falls diese Transformationen involutorische Symmetrien sind, also die Farben vertauschen, aber ansonsten das Ornament erhalten, bezeichnen wir sie mit $t', u', usw.$

Die Bandornamente ohne Involutionen sind also durch folgende Symmetrien gekennzeichnet: (Wir lassen dabei t weg, denn diese Symmetrie ist immer vorhanden. Das ist ja gerade die charakteristische Eigenschaft von Bandornamenten.)

Typ 1: - Typ 2: b Typ 3: a Typ 4: a, b Typ 5: b, s Typ 6: r

Typ 7: s

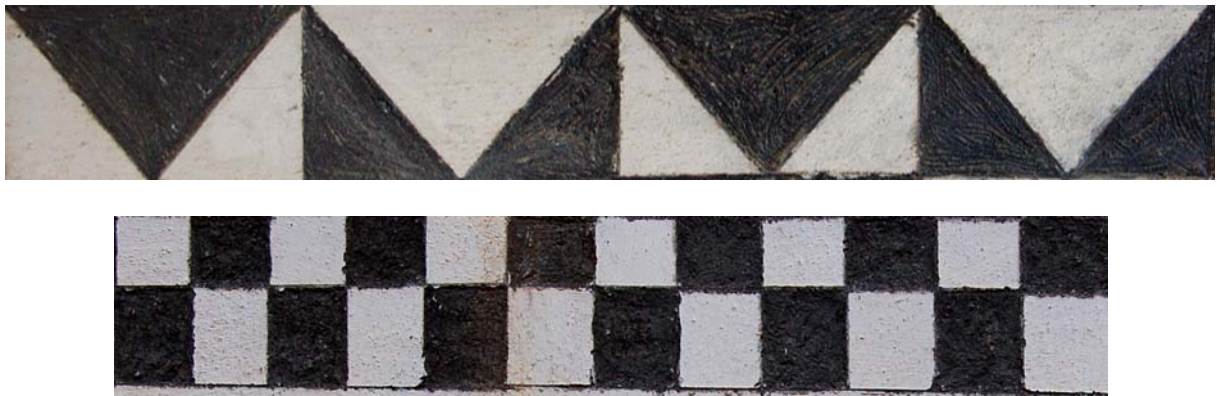
Die langweiligen Bandornamente haben folgende Symmetrien (wobei wir die Nummerierung der Typen fortsetzen):

Typ 8: u' Typ 9: a' Typ 10: b' Typ 11: r' Typ 12: s'

(Man beachte, dass ein langweiliges Bandornament nicht mehrere Involutionen haben kann. Denn die Hintereinanderausführung von zwei solchen Symmetrien, würde eine nicht farbenumkehrende Symmetrie ergeben. Und solche gibt es bei den „langweiligen“ Typen nicht.)

Damit kommen wir zu den „interessanten“ Fällen, wo es sowohl Involutionen als auch echte, von t verschiedene Symmetrien gibt.

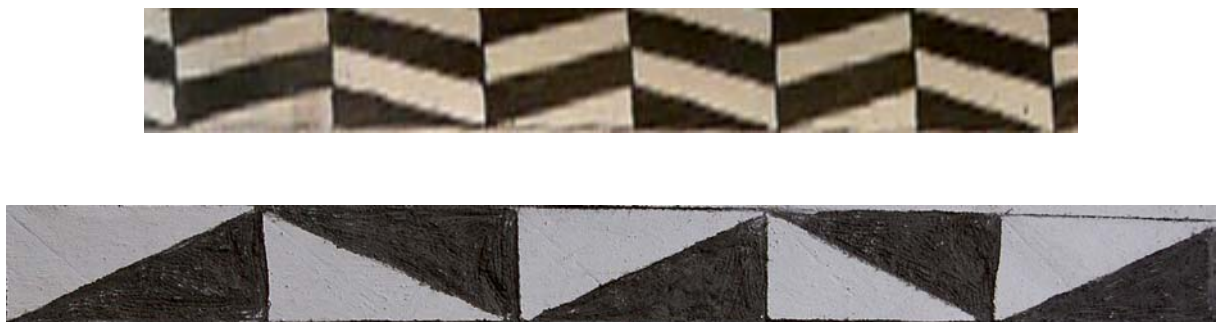
Typ 13: b, c'



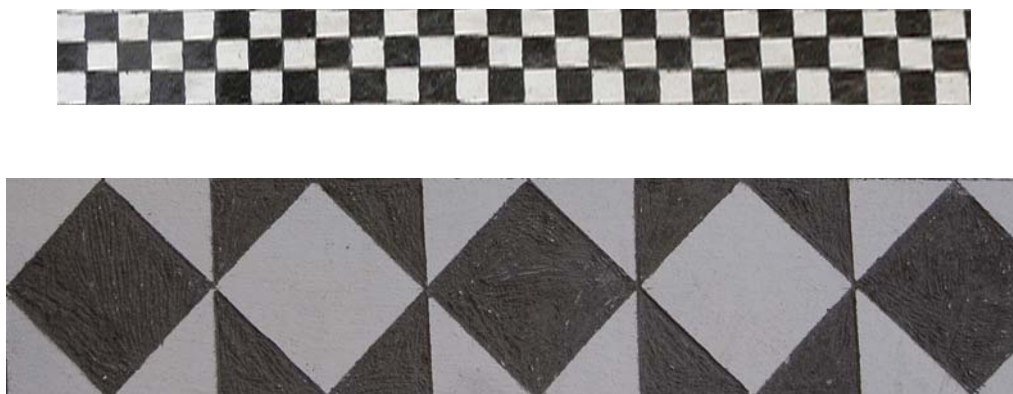
Typ 14: a', b' (dann gibt es automatisch $r = a'b'$, das Ornament ist also nicht langweilig)



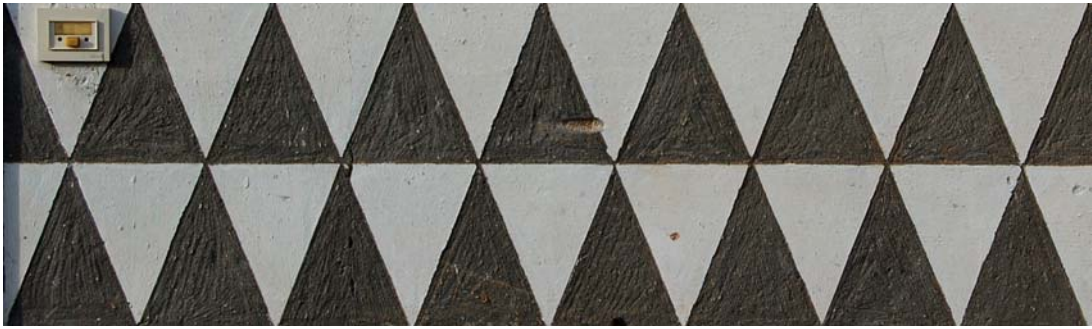
Typ 15: b', r', s



Typ 16: a, b, c' (dann gibt es automatisch auch r, r', u' und s')



Typ 17: a', b (dann gibt es automatisch auch r')



Typ 18: a', b, c' (dann gibt es automatisch auch r, r', u' und s)



Typ 19: a, b' (dann gibt es automatisch auch r')



Typ 20: r, r', u'



Typ 21: b, r', s'



Typ 22: b', r, s' Typ 23: r, r', u' Typ 24: a, s', u'

Typ 21 stellt laut [JJK] etwa 7% aller in Pyrgí gefundenen Bandornamente und steht damit in der Häufigkeitsskala etwa an vierter Stelle. Dabei ergibt sich jedoch ein grundsätzliches Problem oder vielleicht besser ein bisher nicht erwähnter Aspekt der Bandornamente, nämlich folgender: Alle Bandornamente, die eine Symmetrie (oder Involution) an der horizontalen Mittelachse aufweisen – und das sind weit mehr als die Hälfte – lassen sich in natürlicher Weise in ihre obere und untere Hälfte zerlegen, die dann ebenfalls Bandornamente sind. Es stellt sich die Frage, wann diese als eigenständige Ornamente zu betrachten sind. In manchen Fällen ist das schwierig zu entscheiden. Der genannte Prozentsatz von 7% ist jedenfalls nur zu erklären, wenn diese Zerlegungen recht großzügig akzeptiert werden. Tatsächlich ist die Abbildung zu Typ 21 einfach ein Teil der oberen Hälfte zu Typ 17. Es wurde da also etwas „geogelt“. Deshalb noch der Beweis, dass Typ 21 wirklich auch als nicht-halbes Band vorkommt:



Dieser Artikel ist nur eine erste Einführung in die Bandornamente von Pyrgí. Ich hoffe, nach einem weiteren Besuch auf Chios mit besserem Bildmaterial eine verbesserte Darstellung geben zu können. Vielleicht gelingt es auch, einige der noch fehlenden Friese zu finden. Des weiteren scheinen mir die ebenfalls vorhandenen „unregelmäßigen“ Ornamente, bei denen die traditionellen Schranken durchbrochen werden, einer vertieften Betrachtung wert zu sein. In diesem Aufsatz wurde besonders der mathematische Charakter der Ornamente betont, vielleicht überbetont. Das ist natürlich nur *ein* Aspekt. Vor allem sollte man hervorheben, dass die Bandornamente von Pyrgí Ergebnis des Bemühens der Menschen hier ist, ihren Heimatort schöner zu gestalten und ihm ein unverwechselbares Gepräge zu geben.

Frau Marina Reizakis danke ich für den Hinweis auf [JJK].

Literatur:

[JJK] Alice V. James, David A. James, Loukas N. Kalisperis: *A Unique Art Form: The Friezes of Pyrgí*, LEONARDO, vol 37, no. 3, 234-242 (2004)

[GS] B. Grünbaum, G. C. Shephard: *Tilings and Patterns*, San Francisco, Freedman 1987

Havixbeck, Februar 2011